слуг в інвестиційній сфері та основи їх ефективного функціонування // Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин: Зб. наук. праць. Вип.10. – К.: КНУБА, 2002. – С.35-44.

7.Попов А.Е. Управление развитием водопроводно-канализационного хозяйства города. – Харьков: Основа, 2000. – 160 с.

Отримано 12.01.2003

УДК 658.51

В.Н.НОВОБРАНОВ, Н.В.ОБУХОВА, кандидаты техн. наук
Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ С ЛИЧНЫМИ СВЯЗЯМИ

Рассматривается способ решения локальной оптимизационной задачи, который реализуется методом последовательно-одиночного размещения. Путем последовательного сужения области поиска удается за конечное число шагов найти оптимальную в смысле последовательно-одиночного размещения точку постановки полюса очередного объекта.

При решении ряда задач логистики [1] – выбор схемы распределения материального потока, определение количества складов на обслуживаемой территории, размещение сырья, материалов и готовой продукции на складах – возникает проблема оптимизации этого решения.

Отличительной особенностью этих задач является наличие множества связей между рассматриваемыми объектами, обладающих соответствующим «весом». Это может быть величина грузооборота, стоимость перевозки, длина пути и другие подобные величины. При этом на взаимное расположение накладывается определенная система ограничений.

Решению задач размещения геометрических объектов на плоскости и в трехмерном пространстве посвящен ряд исследований [2-5]. Показано, что они являются задачами нелинейного математического программирования с особенностями, не позволяющими применять для их решения общие (апробированные) методы. Предлагаемая стратегия решения основана на разбивке всей задачи на две составляющие:

1) задачу определения допустимых размещений (локальной оптимизации);

2) перебор полученных решений с целью определения наиболее рационального из них (глобальной оптимизации).

Для решения локальной оптимизационной задачи используем метод последовательно-одиночного размещения [2] для функции цели (ф.ц.), описываемой выражением

$$F(X,Y,Z)=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\sum_{\nu=1}^{p}\omega_{ij}^{\nu}L_{ij}^{\nu}(X_i^{\nu},Y_i^{\nu},X_j^{\nu},Y_j^{\nu},Z_i^{\nu},Z_j^{\nu}),$$

где n – количество размещаемых объектов; ω_{ij}^{ν} – «вес» связи ν-го типа между i-м и j-м объектами; $L_{ij}^{\nu}=\left|X_i^{\nu}-X_j^{\nu}\right|+\left|Y_i^{\nu}-Y_j^{\nu}\right|+\left|Z_i^{\nu}-Z_j^{\nu}\right|$ – «манхэттеновое» расстояние между парой точек в трехмерном евклидовом пространстве;

$X=(X_1^1,X_1^2,..,X_1^p,X_2^1,X_2^2,..,X_2^p,...,X_n^1,X_n^2,..,X_n^p)$,

$Y=(Y_1^1,Y_1^2,..,Y_1^p,Y_2^1,Y_2^2,..,Y_2^p,...,Y_n^1,Y_n^2,..,Y_n^p)$,

$Z=(Z_1^1,Z_1^2,..,Z_1^p,Z_2^1,Z_2^2,..,Z_2^p,...,Z_n^1,Z_n^2,..,Z_n^p)$ – векторы координат входов (выходов) объектов в системе координат, связанной с областью размещения OXYZ; p – количество типов входов (выходов) каждого объекта.

Принятый метод подразумевает поочередное размещение объектов согласно некоторой последовательности, то ф.ц. (1) для k-го (k =1, 2 … , n) шага (размещение k-го объекта из последовательности) имеет вид

$$F_k\left(X_k^*,Y_k^*,Z_k^*\right)=\sum_{i=1}^{k=1}\sum_{\nu=1}^{p}\omega_{ik}^{\nu}\left(\left|X_k^{*\nu}-X_i^{*\nu}\right|+\left|Y_k^{*\nu}-Y_i^{*\nu}\right|+\left|Z_k^{*\nu}-Z_i^{*\nu}\right|\right),$$

где $X_k^{*\nu},Y_k^{*\nu},Z_k^{*\nu}$ – векторы координат входов k-го размещаемого объекта.

Эти параметры находим в процессе решения следующей оптимизационной задачи. Найти $\arg\min F_k(X_k^{*\nu},Y_k^{*\nu},Z_k^{*\nu})$ на системе ограничений G_k, определяемой условиями:

а) размещения k-го объекта в области;

б) его непересечения с размещенными ранее объектами и зонами запрета;

в) другими условиями, обусловленными спецификой проектируемого объекта.

Математические соотношения для оговоренных ограничений хорошо описываются с помощью аппарата годографа функции плотного размещения (г.ф.п.р.) [5], который конструктивно используется и в процессе решения данной задачи.

Рассмотрим геометрическую модель размещаемого объекта и области, в которой происходит размещение (рис.1).

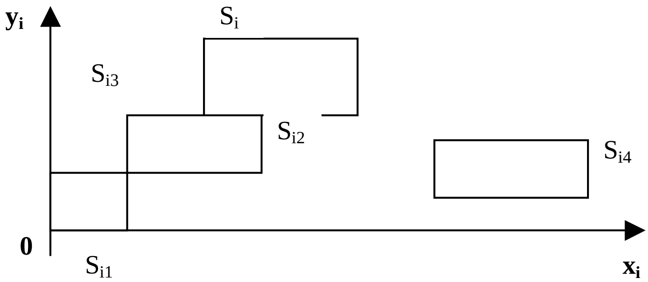

Рис.1 – Пример задания размещаемого объекта, состоящего из четырех прямоугольников

В трехмерном случае – это объединение прямоугольных параллелепипедов. Каждый из составляющих объект S_{ij} (i=1,2,…,n) параллелепипедов S_{ij} (j=1,2,…,k_i) будем представлять матрицей

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} x_{ij} & \bar{x}_{ij} \\ y_{ij} & \bar{y}_{ij} \\ z_{ij} & \bar{z}_{ij} \end{pmatrix},$$

а весь объект S_i – в виде блочной матрицы, $S_i = \left(S_{i_1}, S_{i_2}, ..., S_{i_{k_i}}\right)$,

где k_i – количество параллелепипедов, составляющих объект S_i.

Область размещения S_0 также будем рассматривать как прямоугольный параллелепипед

$$S_0 = \left(S_{0_1}, S_{0_2}, ..., S_{0_{k_0}}\right).$$

Начало координат O_i будем называть полюсом объекта S_i.

Векторы $x_i^* = \left(x_i^{*1}, x_i^{*2}, ..., x_i^{*p}\right)$, $y_i^* = \left(y_i^{*1}, y_i^{*2}, ..., y_i^{*p}\right)$, $z_i^* = \left(z_i^{*1}, z_i^{*2}, ..., z_i^{*p}\right)$ задают координаты входов в системе координат объекта S_i.

При решении поставленной задачи будем использовать г.п.ф.р. Обозначим через Γ_{ij} объединение параллелепипедов, граница которого $\alpha\Gamma_{ij}$ – г.п.ф.р.-го размещаемого объекта относительно i-го размещенного ранее объекта (или фиксированного по условиям задачи).

Пусть $S_i = \left(S_{i_1}, S_{i_2}, ..., S_{ik_i}\right)$ и $S_j = \left(S_{j_1}, S_{j_2}, ..., S_{jk_j}\right)$, тогда согласно [5] Γ_{ij} можно представить в виде следующей блочной матрицы:

$$\Gamma_{ij} = \begin{pmatrix} J_{11}, & J_{12}, & ..., & J_{1k_j}{}^{ij} \\ ... & ... & ... & ... \\ Jk_{i_1}^{ij}, & Jk_{i_2}^{ij}, & ..., & J^{ij}k_i k_j \end{pmatrix}.$$

Здесь $J^{ij}{}_{lm} = S_{il} - \overline{S}_{jm} = \begin{pmatrix} x_{il} - \overline{x}_{jm} & x_{il} - \overline{x}_{jm} \\ y_{il} - \overline{y}_{jm} & y_{il} - \overline{y}_{jm} \\ z_{il} - \overline{z}_{jm} & z_{il} - \overline{z}_{j} \end{pmatrix}$,

$S_{jm} = \begin{pmatrix} x_{jm} & x_{jm} \\ y_{il} & y_{jm} \\ z_{il} & z_{jm} \end{pmatrix}$, где m = 1, 2, …, k_j, l =1,2, …, k_i .

Для вычисления координат параллелепипедов J_{lm+1}^{ij}, граница объединения которых $\alpha\Gamma_{ij}$ представляет собой г.п.ф.р. объекта S_j относительно S_i. Если один из объектов неподвижен, то необходимо представить значения этих координат, выраженных в неподвижной системе координат *OXYZ*. Матрица, определяющая параметры внутреннего г.п.ф.р. (в.г.п.ф.р.) параллелепипеда S_{ij} объекта S_i относительно параллелепипеда S_{om} в области S_o, имеет вид

$$J^{ij}{}_{lm} = S_{jm} - \overline{S}_{il} = \begin{pmatrix} x_{om} - \overline{x}_{il} & x_{om} - x_{il} \\ y_{om} - \overline{y}_{il} & y_{om} - y_{il} \\ z_{om} - \overline{z}_{il} & z_{om} - z_{il} \end{pmatrix},$$

а в.г. будет представлять собой границу следующего тела, описываемого блочной матрицей:

$$\Gamma_{oi} = \begin{pmatrix} J_{11}^{oi}, & J_{12}^{oi}, & ..., & J_{1k_i}^{oi} \\ ... & ... & ... & ... \\ Jk_{o_1}^{oi}, & Jk_{o_2}^{oi}, & ..., & J^{oi}k_o k_i \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим выражение, определяющее функцию цели, и определим последовательность решения задачи. На первом этапе решения определяем координаты полюса очередного размещаемого объекта, доставляющие минимум ф.ц. Взаимосвязь между координатами полюса (X_k, Y_k, Z_k) k-го объекта в системе координат, связанной с областью размещения, и координатами i-го входа того же объекта ($x_k^{*v}, y_k^{*v}, z_k^{*v}$) в собственной системе координат определяются следующими с соотношениями:

$$X_k^{*v} = X_k + x_k^{*v},\ Y_k^{*v} = Y_k + y_k^{*v},\ Z_k^{*v} = Z_k + z_k^{*v}.$$

Функция цели при этом примет вид

$$F(X,Y,Z) = \sum_{i=1}^{k-1}\sum_{\nu=1}^{p}\left(\left|X - \alpha_{i\nu}{}^{k}\right| + \left|\gamma - \beta_{i\nu}{}^{k}\right| + \left|Z - \xi_{i\nu}{}^{k}\right|\right).$$

Здесь $\alpha_{i\nu}^{k} = X_i^{*\nu} - x_k^{*\nu}$, $\beta_{i\nu}^{k} = Y_i^{*\nu} - y_k^{*\nu}$, $\xi_{i\nu}^{k} = Z_i^{*\nu} - z_k^{*\nu}$, X_k, Y_k, Z_k для упрощения, соответственно, переобозначены на X, Y, Z.

Ф.ц. (3) выпуклая, кусочно- линейная и сепарабельная:

$$F\ (X,\ Y,\ Z) = F(X) + F(Y) + F(Z),$$

$$F(X) = \sum_{i=1}^{k-1}\sum_{\nu=1}^{p}\omega_i{}^{\nu}\left|X - \alpha_{i\nu}\right|.$$

Проанализируем первую из составляющих. Она описывается выражением

$$F(X) = A^{(1)} \cdot X + B^{(1)}.$$

Выведем соотношения для определения значений коэффициентов $A^{(1)}$ и $B^{(1)}$. Для значений X<min; min $\alpha_{i\nu} \leq \alpha_{io} \cdot \nu_o$ интервал $-\infty < X < \alpha_{io} \cdot \nu_o$ назовем нулевым. Тогда соответствующие ему коэффициенты $A_o^{(1)}$ и $B_o^{(1)}$, определяются из выражений

$$\mathrm{A}_o^{(1)} = -\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{p} \omega_i^{\nu}, \quad B_o^{(1)} = -\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{p} \omega_i^{\nu} \cdot \alpha_{i\nu}$$

для $\alpha_{io\nu o} \leq X \langle \alpha_{i1\nu 1}, \qquad A_1^{(1)} = A_o^{(1)} + 2 \cdot \omega_{i1}^{\nu 1},$

$$B_o^{(1)} = B_o^{(1)} + 2 \cdot \omega_{i_1}^{\nu_1} \cdot \alpha_{i_1 \nu_1},$$

где $\alpha_{i_1 \nu_1} = \min(i \neq i_o)$; $\min \alpha_{i_1 \nu}(\nu \neq \nu_o)$.

Для произвольного (l+1)-го интервала, используя метод математической индукции, нетрудно показать, что

$$A_{l+1}^{(1)} = A_l^{(1)} + 2 \cdot \omega_{il}^{\nu 1}, \;\; B_{l+1}^{(1)} = B_l^{(1)} + 2 \cdot \omega_{il}^{\nu l} \cdot \alpha_{il\nu l},$$

где l= 1, 2, …, $\alpha_{il\nu 1} = \min(\nu \neq \nu_1, \nu_2 > \nu_1)$; min $\alpha_{i\nu}$ ($i \neq i_1, i_2, \ldots, i_l$).
Аналогичные итерационные зависимости получим для составляющих ф.ц. $F(Y)$ и $F(Z)$ (см. рис.2).

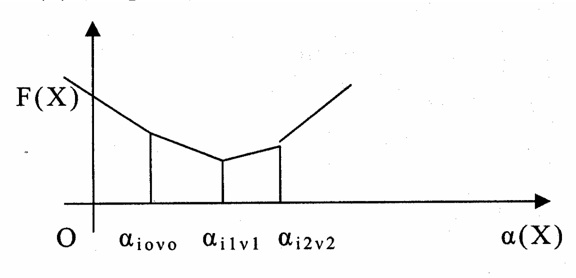

Рис. 2 – График функции цели

Решение задачи осуществляется как множество точек, где коэффициенты A^{η} (η=1, 2, 3) меняют знак. Из приведенного анализа ф.ц. вытекает, что в области ее определения можно выделить такие подобласти, где ф.ц. является линейной. Они представляют собой прямоугольные параллелепипеды (прямоугольники в плоском случае), внутри которых (из-за наличия ограничений) находятся зоны запрета. Один из путей решения задачи – применение методов линейного программирования. Разрабатываем алгоритм выделения выпуклых множеств.

Процедуру поиска решения осуществляем путем последовательного просмотра подобластей линейности ф.ц. Просмотр начинаем с подобласти, дающей безусловный минимум ф.ц. Цель просмотра – найти в какой-либо из этих областей точку возможной постановки полюса для очередного размещаемого объекта. После определения координат одной из указанных точек в области размещения строим линию равных уровней в соответствии со значением ф.ц. в этой точке. В дальнейшем исследуем только те клетки, которые попадают во внутреннюю часть области, ограниченной построенной линией равных уровней (рис.3).

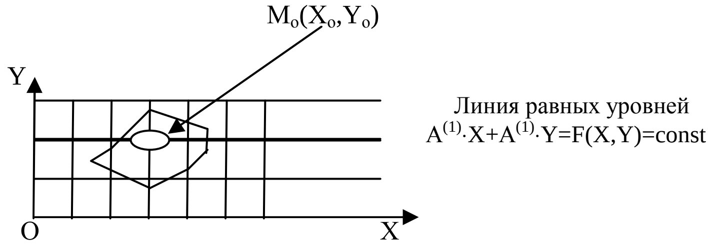

Рис.3 – Пример линии равного уровня функции цели

Аналогичные рассуждения можно осуществить для других возможных сочетаний знаков коэффициентов $A^{(1)}$ и $A^{(2)}$. Тогда получим следующие выражения:

- для $A^{(1)}<0$, $A^{(2)}<0$, $X_\alpha = \max(X_p, X_m)$, $Y_\alpha = \max(Y_p, Y_m)$;
- для $A^{(1)}>0$, $A^{(2)}<0$, $X_\alpha = \min(\overline{X}_p, X_m)$; $Y_\alpha = \max(Y_p, Y_m)$
- для $A^{(1)}<0$, $A^{(2)}>0$, $X_\alpha = \max(X_p, X_m)$, $\overline{Y}_\alpha = \min(Y_p, Y_m)$.

Эти соотношения позволяют определить искомые координаты точки постановки полюса очередного размещаемого объекта. Путем последовательного сужения области поиска удается за конечное число шагов найти оптимальную в смысле последовательно-одиночного размещения точку постановки полюса очередного размещаемого объекта, т.е. решить поставленную задачу.

1.Гадясинский А.М. Логистика: Учебник для высших и средних специальных учебных заведений. – 2-е изд. – М., 1999. – 228 с.

2.Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов. – К.: Наук. думка, 1975. – 239 с.

3.Стоян Ю.Г., Пономаренко Л.Д., Литвинов В.Н. Размещение тел в трехмерном пространстве. – Харьков: Ин-т проблем машиностроения АН УССР , 1976. – 73 с.

4.Стоян Ю.Г., Литвинов В.Н., Новиков Н.Д. Компоновка генеральных планов с помощью математических методов и ЭВМ // Изв. АН УССР. Техн. кибернетика. – 1979. – №4. – С.180-187.

5.Стоян Ю.Г., Гиль Н.Н. Свойства и способы реализации функции плотного размещения. – К.: Ин-т кибернетики АН УССР, 1972. – 48с.

Получено 25.12.2002

УДК 330.101.541 : 338.242

А.Л.ШУТЕНКО
Харківська обласна Рада

ПРОБЛЕМИ АЛГОРИТМІЗАЦІЇ СТРУКТУР УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ СКЛАДНИХ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ МІСЬКОГО КОМПЛЕКСУ З УРАХУВАННЯМ ІННОВАЦІЙНИХ ПІДХОДІВ

Міське господарство, проінтегроване в міський комплекс, є основою соціальної сфери життєдіяльності людини. Ефективність його функціонування в багатьох випадках залежить від надійності систем управління. Відсутність достатньо обгрунтованої концепції реформування управління розвитком міського комплексу і його функціонуванням вимагає вирішення питань наукового обгрунтування нових підходів і технологій управління, механізмів, спрямованих на використання інтелектуального, інформаційного, організаційного ресурсів, переваг місцевих факторів розвитку економіки міст і регіонів України, про що і йдеться в цій роботі.

Стратегія соціально-економічного розвитку міст і міського комплексу в цілому пов'язана з якісними й структурними змінами, потребує формування нового середовища функціонування, постійної адаптації до цих змін, необхідності забезпечення динамічної рівноваги в міському комплексі.

Розвиток економіки міст і регіонів країни вимагає формування цілісної системи прогнозних і програмних планів розвитку на науковій основі та інноваційних підходів з урахуванням демографічної ситуації, стану використання природного, науково-виробничого і трудового потенціалу, кон'юнктури регіонального ринку, досягнутого рівня економіки і соціальної сфери. Активне формування нової якості розвитку економіки регіонів та населених пунктів, особливо великих міст України, стає найважливішою умовою виходу з кризової ситуації господарства країни, забезпечення сталого й ефективного їх розвитку в середньо- та довгостроковій перспективі [1].

Як показали дослідження і практика функціонування сучасних міст, останні є складними містобудівними системами, де зосереджені наукові й виробничі сфери, створюються центри інтелектуального виробництва найновіших ідей, технологій для подальшого впровадження в країні. Міста поступово перетворюються в складні соціально-